

Posplošitev mrežnega planiranja

Trajanje posameznega opravila je vnaprej težko natančno napovedati, zato obravnavamo trajanje opravila kot slučajno spremenljivko:

T – čas trajanja opravila (slučajna spremenljivka):

a – optimistična ocena

b – pesimistična ocena

m – najbolj verjeten čas trajanja

$$E(T) \approx \frac{a + 4m + b}{6}$$

$$\sigma^2 = \text{var}(T) \approx \left(\frac{b - a}{6} \right)^2$$

PERT – Program Evaluation and Review Technique

Obravnava trajanje opravil kot neodvisne slučajne spremenljivke.

Naj bo

$$\pi = (p_1, p_2, \dots, p_n)$$

neka pot v omrežju.

Pričakovani čas za izvedbo vseh opravil ne tej poti je:

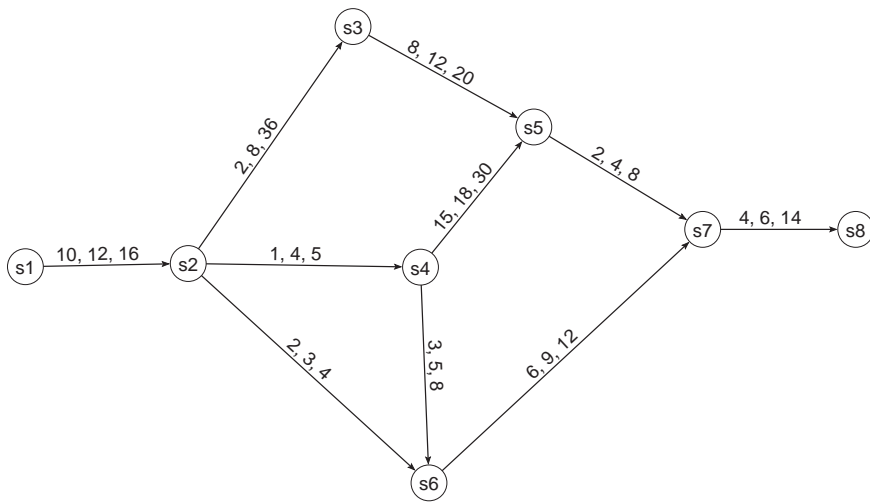
$$E(T_\pi) = \sum_{i=1}^n E(T(p_i))$$

Ker smo predpostavili, da so opravila med seboj neodvisna, velja tudi:

$$Var(T_\pi) = \sum_{i=1}^n var(T(p_i))$$

Če je omrežje veliko, velja centralni limitni izrek:
vsota večjega števila slučajnih spremenljivk se porazdeljuje normalno.

Primer:



začetek	konec	a	m	b
1	2	10	12	16
2	3	2	8	36
2	4	1	4	5
2	6	2	3	4
3	5	8	12	20
4	5	15	18	30
4	6	3	5	8
5	7	2	4	8
6	7	6	9	12
7	8	4	6	14

Rešitev:

začetek	konec	a	m	b	$E(T)$	$var(T)$
1	2	10	12	16	12.33	1.00
2	3	2	8	36	11.67	32.11
2	4	1	4	5	3.67	0.44
2	6	2	3	4	3.00	0.11
3	5	8	12	20	12.67	4.00
4	5	15	18	30	19.50	6.25
4	6	3	5	8	5.17	0.69
5	7	2	4	8	4.33	1.00
6	7	6	9	12	9.00	1.00
7	8	4	6	14	7.00	2.78

$$\frac{10 + 4 * 12 + 16}{6} = \frac{74}{6} = 12.33$$

$$\left(\frac{16 - 10}{6} \right)^2 = 1$$

Od tu naprej po običajni metodi CPM izračunamo kritično pot za pričakovane čase. Dobimo:

$$\pi_c = (1, 2, 3, 5, 7, 8)$$

$$T_c = E(\pi_c) = 12.33 + 11.67 + 12.67 + 4.33 + 7 = 48$$

$$\sigma^2(\pi_c) = 1.00 + 32.11 + 4.00 + 1.00 + 2.78 = 40.89$$

$$\sigma(\pi_c) = \sqrt{40.89} = 6.39,$$

Predpostavimo, da je trajanje celotnega projekta normalno porazdeljeno (sestavljeno je iz trajanj posameznih opravil, ki so slučajne spremenljivke \rightarrow CLI).

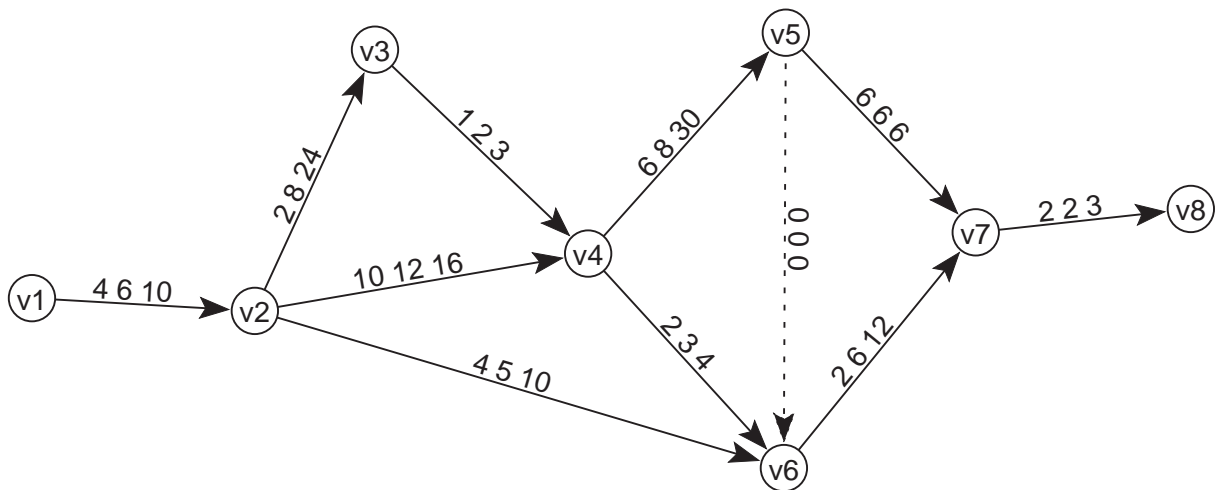
Naloga: Izračunajte verjetnost, da bo celoten projekt trajal več kot 54 mesecev (4 leta in pol)!

$$P(T > 54) = P\left(Z > \frac{54 - 48}{6.39}\right) = 0.5 - H\left(\frac{6}{6.39}\right) =$$

$$0.5 - H(0.9383) = 0.5 - 0.326 = 0.174$$

Vaja

Za podano omrežje PERT poiščite kritično pot ter za vsako opravilo izračunajte celotno in prosto dovoljeno zamujanje.



Rešitev, kritična pot: v1 - v2 - v4 - v5 - v6 - v7 - v8

$$E(\pi_C) = 38.5, \sigma^2(\pi_c) = 20.81, \sigma(\pi_c) = 4.56$$

Izračunajte verjetnost, da bo celoten projekt končan prej kot v 40 mesecih.

$$P(T < 40) = P\left(Z < \frac{40 - 38.5}{4.56}\right) = P(Z < 0.33) = 0.63$$